

点接触歯車の機構学的研究

著者	横田 晃
号	162
発行年	1972
URL	http://hdl.handle.net/10097/11111

氏 名（本籍）	よこ 横	た 田	あらい 晃	（新潟県）
学 位 の 種 類	工	学	博	士
学 位 記 番 号	工	第	1 6 2	号
学位授与年月日	昭和 4 7 年 6 月 7 日			
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当			
最 終 学 歴	昭和 2 5 年 3 月 東北大学工学部工業力学科卒業			
学 位 論 文 題 目	点接触歯車の機構学的研究			
（主査）				
論 文 審 査 委 員	教授	酒井	高男	教授 藤井 康治
	教授	戸部	俊美	

論 文 内 容 要 旨

1 緒 論

線接触歯車に関する機構学的研究は、古くから多くの人によって行なわれているが、かさ歯車や食い違い軸歯車では、これらの研究は生かされているとはいえない。

これは線接触するかさ歯車や、食い違い軸歯車は工作が難かしいからである。一方、実際に使われている歯車は、localized tooth bearingをしており、点接触歯車である。

著者は、歯形論と現実の歯車との関連について、点接触をする歯車の歯形論を研究することによって、多種の歯形が実用されるのではないかと考えた。

たとえば、点接触をする柱面同志の関係を明らかにすることにより、機構学的に正しくかみ合う 1 対のフライス切り歯形が得られる等である。

このような技術的発想を工学的問題として処理しようとするには、正しくかみ合う1対の空間曲線と、機素となり得る歯形曲面との間の論理的必然性を求め、歯形曲面を決定する理論を立てねばならない。

ところが、点接触歯車では、接触点の軌跡を定めても、その上での接触点の移動速度も定まらない。線接触歯車では、接触線の軌跡面を与えれば軌線は定まり、初期条件としての1本の接触線を与えれば、1対の歯形は確定した。

このことと比べて見ると、点接触歯車は自由度が多いといえる。そこで、工作し易く相対曲率が小さいものという制約をおくことによって、論理に一貫性を与えようとした。

本研究は、このような考えに基づいており、大きく分けて3つの部分から成り立っている。

第1に、点接触歯車の基礎的な問題について考え、第2に、歯形を曲線織面で構成する場合を考えた。

第3には、歯形がある曲面の包絡面として構成される場合を考えた。

2 点接触歯車の基礎的問題

歯車Ⅰが軸 A_1 のまわりに ω_1 の角速度で回転し、歯車Ⅱが軸 A_2 のまわりに ω_2 の角速度で回転しているとする。

両歯面の接触点を $P \{ r \}$ とする。

このとき、歯車ⅠおよびⅡ上の点の P における速度を v_1, v_2 とする。静止空間内で P の画く軌跡を触線と呼び、 C_1, C_2 とする。会線 C_0 が与えられ、その上の接触点の移動速度を V_0 とし、 $V_1 = V_0 - v_1, V_2 = V_0 - v_2$ とする。 V_1, V_2 は触線の切線方向を向いておりその共通法線が歯面の共通法線であるから、その単位ベクトル n は

$$n \times (V_1 \times V_2) = 0$$

が成り立つ。会線とその上で歯面の共通法線方向 n が与えられていると、 $r = r(s), n = n(s)$ である。 ν を会線の切線単位ベクトル、 $v_1 \cdot n = P, \nu \cdot n = \cos \sigma$ とおくと

$$t = \int_0^s \frac{\cos \sigma(s)}{P(s)} ds$$

により、改めてつぎのように表わせる。

$$r = r(t), n = n(t).$$

1対の触線が与えられて、その近傍に歯面を定めるということは、曲面上のある方向の法切口の曲率と、その方向の測地的曲率が与えられているとき、他の方向に対する曲率を定めるということに相当する。このとき、主方向を与えれば主曲率は定まり、触線とある方向の法切口の曲率を与えれば主方向と主曲率は決定する。

いま、歯面Ⅰの主方向を e_1, e_2 とすると、主曲率 $1/R_1, 1/R_2$ はつぎのようになる。

$$1/R_1 = (v_1 \cdot ne_1 \cdot \frac{Dn}{ds} - \omega_1 \cdot e_2 n \cdot \nu) / [e_2 v_1 \nu]$$

$$1/R_2 = (v_1 \cdot ne_2 \cdot \frac{Dn}{ds} + \omega_1 \cdot e_1 n \cdot \nu) / [e_1 \nu v_1]$$

$\frac{Dn}{ds}$ は、静止座標系内での n の微係数を示す。

2 曲面の相対曲率は、I, II の全曲率、平均曲率、主振率を $K_1, K_2; H_1, H_2; T_1, T_2$ とし、
両曲面の主方向のなす角を θ とすると、相対全曲率は

$$K = H^2 - T^2 = (H_1 - H_2)^2 - (T_1^2 + T_2^2 - 2T_1 T_2 \cos \theta)$$

となる。2 曲面が、干渉しないで接触するのは $K \geq 0$ のときである。

これが本論文第 2 章の部分に相当する。

3 曲線織面点接触歯車

いま、1 対の曲線織面が点接触をしてかみ合っているとする。会線上の 1 点 P で考えると、
歯面 I および II がこの点で接触しており、歯面 I 上の母線 e_1 と歯面 II 上の母線 e_2 がこの点で交わっている。

このような関係は、会線上の全ての点について成り立っているから、母線 e_1 が静止空間において形成する曲線織面 F_1 が存在する。曲線織面 F_1 上で e_1 は時間 t をパラメータとしているから、静止空間内で e_1 が F_1 を画くような運動が考えられる。この運動を補助運動と名づける。補助運動の角速度 ω_3 , P 点の線速度を v_3 とすると

$$n \times \{ (V_0 - v_1) \times (V_0 - v_3) \} = 0$$

である。

母線 e_1 は補助運動系内の触線である。補助運動を \mathcal{Q}_3 で表わし、歯車 I, II の運動を $\mathcal{Q}_1, \mathcal{Q}_2$ で表わせば、

$$\mathcal{Q}_c = \mu_1 \mathcal{Q}_1 + \mu_2 \mathcal{Q}_2 + \mu_3 \mathcal{Q}_3, \quad \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 1$$

で表わされる運動系内の触線によっても歯面 I, II を曲線織面として形成できる。 \mathcal{Q}_c を共役補助運動系と呼ぶ。

\mathcal{Q}_c が定速ねじ運動すると、 $\mathcal{Q}_1, \mathcal{Q}_2, \mathcal{Q}_c$ でできる一次直線叢 (Linear congruence) は、 μ_1, μ_2, μ_3 によつては変わらない。そして、この一次直線叢に属する直線が、歯面法線となる。実際に歯車を設計するには、歯の表裏の会線が 1 点で交わると都合がよい。

この会線の交点を基準接触点と呼ぶ。基準接触点では、接触条件を満足する歯面法線の方向が歯筋に直角に無数に存在する。前記の一次直線叢は 2 本の準線に交わる直線の集合であるから、基準接触点を持ち得る法線直線叢では、その準線は実でなければならず、そのとき、基準接触点は、この準線上の点である。

このように、曲線織面点接触歯車の歯面は、補助運動を工具の運動とし補助運動系内の触線を線状工具として創成される。歯面の曲率は、歯車系内の触線の方法切口の曲率とその方向の測地的振率の他に、母線方向の法切口の曲率が与えられているので、歯面の主方向、主曲率はこれによって求められる。

これが本論文第3章の部分に相当する。

4 包絡面点接触歯車

つぎに、歯面Ⅰが曲面 g_1 によつて一径数的に包絡され、歯面Ⅱは曲面 g_2 によって一径数的に包絡されているとする。この場合、曲線織面点接触歯車について考えたときと同じように、会線上の各点に歯面の原曲面を対応させ、原曲面の静止空間内での運動を考えることができる。

この運動は、接触点での速度 v_3 が

$$n \times \{ (V_0 - v_1) \times (V_0 - v_3) \} = 0$$

を満足しており、曲線織面歯車の補助運動と同じものである。したがって、包絡面点接触歯車を得るには、補助運動系内の触線の近傍に曲面を与えて、これを面状工具とし、補助運動を工具運動とすればよい。この補助運動系内の触線の近傍に曲面を与えるには、共役補助運動によって、曲線織面あるいは包絡面として与えればよい。このような補助運動を高次補助運動と呼ぶ。

二径数的包絡面の場合には、第2次補助運動系内に原曲面をおき、第1次補助運動に対して相對運動を行ないながら、第1次補助運動を工具運動として歯面を創成する場合に相当する。

媒介面によって点接触歯車を考えるのは、歯車Ⅰ、Ⅱに対して共通な補助運動と共通な補助曲面を与えていることに相当する。共通な補助運動を採用した包絡面点接触歯車を媒介面点接触歯車と呼ぶことにする。

これらの歯面の曲率は、歯面上で特性線の方法曲率が与えられた場合と考えると、曲線織面点接触歯車の場合と同じ方法で求められる。

本論文第4章の部分に相当する。

5 ねじ歯車系鼓型ウォーム機構

本研究では、例題として、ねじ歯車系鼓型ウォーム機構をとり上げた。こゝでねじ歯車系鼓型ウォーム機構と呼んでいるのは、つぎのようなものである。まず、ねじとはすば歯車が、ねじ歯車としてかみ合っているとする。ねじ歯車は相對曲率が大きい。このねじをウォームとしたウォームホイールを考えてみると、これははすば歯車の歯面上の触線以外の部分に肉盛りをして、ウォームと線接触させたものに相当する。また、はすば歯車をホイールとする *enveloped worm* を考えると、これはねじ面上に触線以外の部分を肉盛りして鼓型ウォームを作ったことに相当する。

このように考えると、ねじとはすば歯車の両方に少しづつ肉盛りをすれば、線接触歯車に近い

ものが得られる筈である。

このようなウォーム機構は鼓型ウォーム機構となるが、これは、会線と法線分布はねじ歯車と同一であり、相対曲率の異なるものである。これらをねじ歯车系鼓型ウォーム機構と呼ぶことにする。

例題では、ウォームとウォームホイールを共にピニオンカッタで切る曲線織面の場合と、ホイールを円筒ホブで創成しウォームをピニオンカッタで切削する包絡面对曲線織面の場合について計算し、ホブとピニオンカッタの諸元に応じて相対曲率が変化する様子を求めた。

6 結 論

以上、本論文の要旨を述べたが、この考察の結果を列記する。

- (1) 会線とその上の接触点の移動速度を与えるか、会線とその上の法線分布を与えれば、1 対の触線が確定する。
- (2) 1 対の触線に対して、各歯面の主方向を与えるか、触線以外の方向の法曲率を与えれば、両歯面は触線の近傍で確定する。
- (3) 歯面の相対的形狀は、相対全曲率で表現すれば、干渉や接触程度の評価が可能である。
- (4) 曲線織面歯車の歯形曲面は補助運動を定めれば決まる。
- (5) 補助運動を定速ねじ運動とすれば、歯面法線の場合が決まる。
- (6) 同一の法線場を与える定速ねじ運動を求めた。
- (7) 定速ねじ運動より、さらに実用的な共役回転補助運動系が明らかとなった。
- (8) 包絡面歯車の歯形曲面は、補助運動と深く関連している。
- (9) 母曲面の形状は、高次補助運動を定めれば決まり、高次補助運動は共役補助運動系に属する。
- (10) 母曲面が工具運動軸と同軸なねじ面である場合が明らかとなった。
- (11) 媒介面歯車は、補助運動が両歯車に対して共通な場合がある。
- (12) ねじ歯车系鼓型ウォーム機構は実用の可能性がある。

これらの考察によって、点接触歯車・クラウニングなどの実際の工作法との関連がすべて明らかとなり、従来系統的研究がむづかしかった鼓型ウォーム、ハイポイドギヤ、ウォームホイールの加工法などをはじめ、かさ歯車やスキューギヤのフライス切り、エンドミルによる加工などを機構学的問題として取り上げる手がかりが得られたと考える。

助言をいただいた酒井高男教授、藤井康治教授、戸部俊美教授に感謝申し上げます。

審 査 結 果 の 要 旨

大きな荷重を伝えるためには、歯車の歯面は線で接触させ、荷重をなるべく歯面全体で受け持たせるようにするのが最良のはずである。しかし現実には、製作誤差、荷重による変形などのため、正確な線接触をつねにするような歯車の実現は困難なので、自動車用歯車などでは、歯形修正とかクラウニングなどによって、理想的な線接触歯面に修正を施して、歯面の周辺部をにがし、それによつてふくらみをつけた歯面が採用されている。この場合、歯面は線接触でなく点接触になるが、製作誤差や荷重による変形に対して鈍感で、しかも十分な面圧負荷能力をもった歯車がえられ、実用上かえって有効である。

著者は、歯車用切削工具の設計製作の経験から、点接触をする歯車を、線接触歯車からの修正という従来の考え方でなく、はじめから自由度のより大きい点接触歯車そのものを取り上げ、歯車の面圧強度および工作上の配慮を、積極的にそのなかにおこんで理論を構成するという立場で研究をつづけてきた。

本論文は、それらの研究を集大成したもので、全編5章よりなる。

第1章は緒論である。点接触歯車の目的と、点接触歯車研究における問題点が述べられている。

第2章では、点接触歯車の基礎的問題が扱われている。接触点の軌跡である会線と、会線に対応して歯面形成の中心となるいわゆる触線を、会線とそれにそう接触点の移動速度あるいは会線とそれにそう歯面法線の分布を与えることによって決定し、それからきまる両歯面の性質を取り扱う方法を述べている。さらに歯面の相対全曲率を面圧負荷能力の評価基準として取り上げ、工作の容易さを保証するため、工具の運動を併進と回転およびそれらの組み合わせに限定し、それに対する式を導いている。

第3章では、曲線織面点接触歯車について述べられている。点刃物の軌跡としての曲線あるいは曲線切り刃の運動によって形成される歯面を曲線歯面と名づけて、点接触をする曲線織歯面の理論を展開し、工作し易く相対曲率の小さい歯面をえるには、いかなる曲線切り刃にいかなる運動を与えるべきかを論じている。

第4章では、包絡面点接触歯車について述べられている。これは切り刃の軌跡としての曲面あるいは砥石のような曲面工具によって包絡される曲面を歯面として採用した場合の理論である。

第3章、第4章は本論文の中核をなすものである。

第5章では、点接触歯車設計の一般的手順について述べ、本論文の総括としている。

以上要するに、本論文は、点接触歯車を機構学的立場で取り上げ、基礎理論を展開し、その応用への道を示したもので、歯車技術および精密工学に寄与するところ少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。